

ك x ك

مراجعة ليلة الامتحان

اسئلة موضوعية

في الاستاتيكا

θ
 $\vec{c} = \vec{d}$

$\vec{a} = \vec{b}$
 $\vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$

$m \gg c$

لطلاب الثانوية العامة

منتدى توجيه الرياضيات

د. عادل إمام

أسئلة موضوعية في الاحتكاك - أستاذة ثانياً

أكمل ما يأتي :

(١) زاوية الاحتكاك هي زاوية محصورة بين

(٢) معامل الاحتكاك هو النسبة بين

(٣) رد الفعل المحصل \vec{R} هو محصلة

(٤) قوة الاحتكاك النهائي هي

(٥) الزاوية المحصورة بين رد الفعل المحصل وقوة رد الفعل العمودي عندما يكون الاحتكاك نهائياً

تسمى

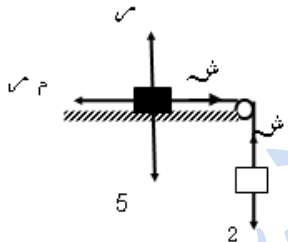
(٦) النسبة بين قوة الاحتكاك النهائي ود الفعل العمودي تسمى

(٧) إذا أثرت قوة أفقية مقدارها ٥ ث كجم على جسم وزنه ١٥ ث كجم موضوع على مستوى أفقى خشن

فجعليه على وشك الحركة فإن معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى =

(٨) فى الشكل المقابل : وضع جسم وزنه ٨ ث. كجم على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك بينه وبين

المستوى $\frac{1}{4}$ فإن مقدار القوة الأفقية F التى تجعل الجسم على وشك الحركة يساوى ث. كجم



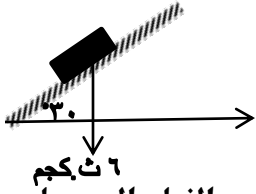
(٩) فى الشكل المقابل : إذا كانت المجموعة على وشك الحركة

فإن معامل الاحتكاك هو

(١٠) إذا وضع جسم وزنه ٢١ نيوتن على مستوى أفقى خشن وأثرت فيه قوتان أفقيتان مقدارهما ٣ ، ٥ نيوتن

ويحصران بينهما زتوية قياسها ٦٠° فأصبح على وشك الحركة فإن معامل الاحتكاك

(١١) في الشكل المقابل : إذا كان الجسم على وشك الإنزلاق



فإن معامل الاحتكاك هو

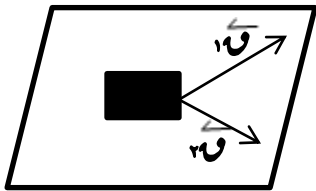
(١٢) إذا كانت قوة الاحتكاك النهائي ٥ نيوتن ومعامل الاحتكاك $\frac{1}{3}$ فإن مقدار قوة رد الفعل المحصل ..

(١٣) إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن يميل على الأفقى بزاوية قياسها جتا^{-١} $\frac{2}{3}$ وكان على وشك

الأنزلاق فإن معامل الاحتكاك

(١٤) إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن وكان على وشك الأنزلاق بتأثير وزنه فقط عندما كانت زاوية

ميل المستوى على الأفقى قياسها ٦٠° فإن معامل الاحتكاك =



(١٥) في الشكل المقابل : إذا كانت $\vec{Q}_1 = 3\vec{S} - 4\vec{V}$ ، $\vec{Q}_2 = 8\vec{S} - 6\vec{V}$

وكان معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى $\frac{1}{4}$ وكان الجسم على وشك

الحركة فإن كتلة الجسم =

(١٦) إذا كانت قوة الأحتكاك النهائي = ٦٠ نيوتن ، ومعامل الاحتكاك = ٠.٧٥ فإن رد الفعل المحصل =

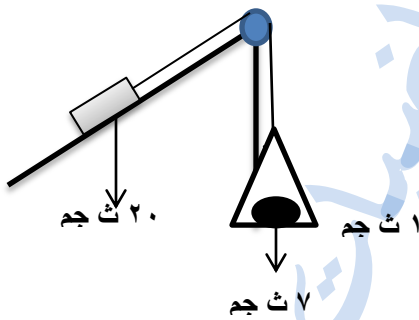
(١٧) إذا كان معامل الاحتكاك بين جسم ومستوى = ١ فإن قياس زاوية الاحتكاك =

(١٨) في الشكل المقابل : ظاه $\frac{4}{3}$ وكتلة كفة الميزان = ١ جم وكتلة الجسم على المستوى ٢٠ جم

(!) إذا كان أصغر ثقل يوضع في الكفة لحفظ التوازن = ٧ ث جم

فإن معامل الاحتكاك =

(!!) أكبر ثقل يوضع في الكفة لحفظ التوازن = ث جم



(١٩) إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن وكان على وشك الأنزلاق

بتأثير وزنه فقط فإن قياس زاوية الأحتكاك يساوى

الأجـابة

(١) زاوية الاحتكاك هي زاوية محصورة بين \vec{r} قوة رد الفعل العمودي ورد الفعل المحصل

(٢) معامل الاحتكاك هو النسبة بين \vec{r} قوة الاحتكاك النهائي ورد الفعل العمودي

(٣) رد الفعل المحصل \vec{r} هو محصلة \vec{r} رد الفعل العمودي وقوة الاحتكاك

(٤) قوة الاحتكاك النهائي هي \vec{r} قوة الاحتكاك التي تجعل الجسم على وشك الحركة

(٥) الزاوية المحصورة بين رد الفعل المحصل وقوة رد الفعل العمودي عندما يكون الاحتكاك نهائى

تسمى θ زاوية الاحتكاك

(٦) النسبة بين قوة الأحتكاك النهائي ود الفعل العمودي تسمى μ معامل الأحتكاك

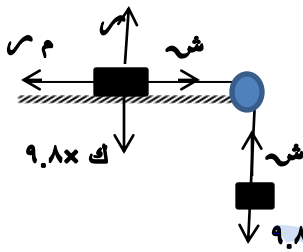
(٧) إذا أثرت قوة أفقية مقدارها ٥ ث كجم على جسم وزنه ١٥ ث كجم موضوع على مستوى أفقى خشن

$$\frac{1}{3} = \frac{5}{15} = \frac{\mu}{\mu} = \text{معامل الاحتكاك بين الجسم والمستوى}$$

(٨) فى الشكل المقابل : وضع جسم وزنه ٨ ث.كجم على مستوى أفقى خشن معامل الاحتكاك بينه وبين

المستوى $\frac{1}{2}$ فإن مقدار القوة الأفقية \vec{r} التي تجعل الجسم على وشك الحركة يساوى ث.كجم

(٩) الجسم على وشك الحركة



$$\therefore \text{معادلة الأتزان هي : } \vec{r} = 9.8 \times 2, \quad \vec{r} = 9.8 \times k, \quad \vec{r} = \mu \times 9.8 \times 2$$

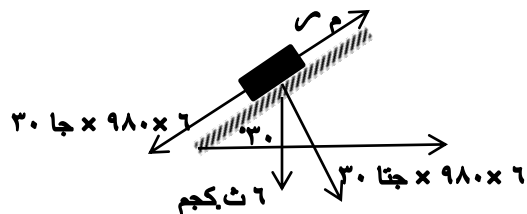
$$\therefore 9.8 \times k = 9.8 \times 2 \quad \therefore k = 2 \quad \therefore \mu = \frac{2}{5}$$

(١٠) إذا وضع جسم وزنه ٢١ نيوتن على مستوى أفقى خشن وأثرت فيه قوتان أفقيتان مقدارهما ٣ ، ٥ نيوتن

ويحصران بينهما زتوية قياسها ٦٠° فأصبح على وشك الحركة فإن معامل الاحتكاك $\mu = \frac{1}{3}$

(١١) في الشكل المقابل : إذا كان الجسم على وشك الانزلاق

فإن معامل الاحتكاك هو واحد



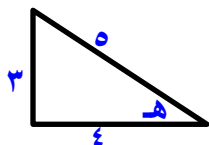
(١٢) إذا كانت قوة الاحتكاك النهائي ٥ نيوتن ومعامل الاحتكاك $\frac{1}{3}$ فإن مقدار قوة رد الفعل المحصل

$$(١٣) \quad \therefore ه = جتا^{-١} \frac{٣}{٤} \therefore جتا ه = \frac{٣}{٤}$$

∴ تاجسم على وشك الانزلاق تحت تأثير وزنه فقط

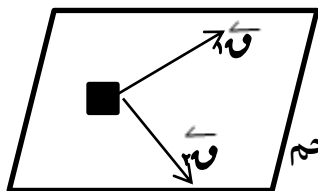
∴ قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى = قياس زاوية الاحتكاك

$$\therefore ه = ل = ظا ه = ظا ل = م = \frac{٤}{٣}$$



(١٤) إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن وكان على وشك الانزلاق بتأثير وزنه فقط عندما كانت زاوية

ميل المستوى على الأفقى قياسها 60° فإن معامل الاحتكاك = $\frac{3}{4}$



$$(١٥) \quad \therefore \vec{و١} = \vec{س٣} - \vec{س٤} \therefore \|\vec{و١}\| = \sqrt{٩٦ + ١٦} = ١٠ \text{ ث.جم}$$

$$\vec{و٢} = \vec{س٨} - \vec{س٦} \therefore \|\vec{و٢}\| = \sqrt{٦٤ + ٣٦} = ١٠ \text{ ث.جم}$$

$$\therefore \text{ميل } \vec{و١} \times \text{ميل } \vec{و٢} = \frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٨} \times \frac{٣}{٤} = ١ \therefore \vec{و١} \perp \vec{و٢}$$

بفرض ان θ قياس الزاوية بين خطى عمل $\vec{و١}$ ، $\vec{و٢}$ ∴ $\theta = 90^\circ$

$$\therefore \vec{و} = \vec{و١} + \vec{و٢} \therefore \|\vec{و}\| = \sqrt{١٠٠ + ٢٥} = \sqrt{١٢٥} = ١١ \times ٥ \text{ دايين}$$

$$\therefore \text{الجسم على وشك الحركة} \quad م = \frac{١}{٥}$$

∴ معادلة الاتزان هي $س = ك \times ٩٨٠$ ، $م = س$

$$\therefore ٩٨٠ \times ك \times \frac{١}{٥} = ٩٨٠ \times ٥ \therefore ك = ٥ \times ٥ = ٢٥ \text{ جرام}$$

$$(١٦) \quad \therefore م = س = ٦٠ \text{ نيوتن} ، م = ٠.٧٥ = \frac{٣}{٤} \therefore س = \frac{٤}{٣} \times ٦٠ = ٨٠ \text{ نيوتن}$$

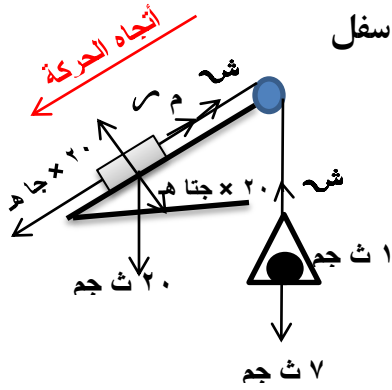
$\frac{٥}{٤}$

سئلة موضوعية لمراجعة الاستاتيكا ٣ ثانوى (٤) مندرى توجيه الرياضيات | اعاول | اورا

$$\therefore \text{سر} = \sqrt{م + 1} \times ٨٠ = \sqrt{\frac{٩}{١٦} + 1} \times ٨٠ = ٨٠ \times \frac{٥}{٤} = ١٠٠ \text{ نيوتن}$$

(١٧) إذا كان معامل بين جسم ومستوى = ١ فإن قياس زاوية الاحتكاك = ٤٥°

(١٨) (أولاً) ∴ أصغر ثقل يوضع في الكفة يجعل الجسم على وشك الحركة لأسفل



$$\frac{٤}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ > ٩٨٠ \times (٧ + ١)$$

$$\therefore \text{معادلات الأتزان} \quad ٩٨٠ \times ٨ = \text{ش}$$

$$\frac{٤}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ = \text{ش} + م \quad , \quad \frac{٣}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ = م \quad ,$$

$$\text{بالتعويض} \quad \frac{٤}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ = \frac{٣}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ + م + ٩٨٠ \times ٨ \quad \therefore$$

$$\therefore ١٦ = م + ١٢ \quad \therefore ٨ = م \quad \therefore م = \frac{٢}{٣}$$

(ثانياً) ∴ أكبر ثقل يوضع في الكفة يجعل الجسم على وشك الحركة لأعلى

$$\therefore \text{معادلات الأتزان} \quad ٩٨٠ \times (١ + ك) = \text{ش}$$

$$\frac{٤}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ + م = \text{ش} \quad , \quad \frac{٣}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ = م \quad ,$$

$$\text{بالتعويض} \quad \frac{٤}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ + \frac{٣}{٥} \times ٩٨٠ \times ٢٠ \times \frac{٢}{٣} = ٩٨٠ \times (١ + ك) \quad \therefore$$

$$\therefore ١٦ + ٨ = ١ + ك \quad \therefore ٢٤ = ١ + ك \quad \therefore ك = ٢٣ \text{ جم}$$

(١٩) إذا وضع جسم على مستوى مائل خشن وكان على وشك الانزلاق بتأثير وزنه فقط فإن قياس زاوية

الاحتكاك يساوي قياس زاوية ميل المستوى المائل على الأفقى

منتري توجيه الرياضيات
أعاد إدار

أسئلة موضوعية في موضوع الضرب الاتجاهي / أستاذة ثناء

أكمل ما يأتي :

(١) إذا كان $\vec{a} = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ ، $\vec{b} = 5\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ فإن $\vec{a} \odot \vec{b} = \dots$ ، $\vec{a} \times \vec{b} = \dots$

(٢) لأي ثلاث متجهات \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} في نفس المستوى يكون : $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \dots$

(٣) المركبة الجبرية للمتجه \vec{a} في اتجاه المتجه \vec{b} =

(٤) إذا كان $\vec{a} // \vec{b}$ فإن $\vec{a} \times \vec{b} = \dots$

(٥) إذا كان \vec{a} ب جـ مربع طول ضلعه ٨ سم فإن : $(\vec{a} \times \vec{a}) \odot (\vec{a} \times \vec{a}) = \dots$

(٦) المركبة الجبرية للقوة \vec{a} = $4\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ في اتجاه المتجه \vec{b} حيث $\vec{a} = (-1, 4)$ ، $\vec{b} = (2, 0)$

تساوي

(٧) إذا كان $\vec{a} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2$ ، $\vec{b} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ ، $\vec{c} = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ فإن $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \dots$

(٨) \vec{a} ب جـ مثلث متساوي الساقين فيه $\vec{a} = \vec{b} = \vec{c} = 6\sqrt{3}$ سم ، ق $(\vec{a} \times \vec{b}) = 120^\circ$

فإن $\vec{a} \odot \vec{b} = \dots$

(٩) إذا كان المتجهان $\vec{a} = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ ، $\vec{b} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ متعامدين فإن $\vec{c} = \dots$

(١٠) \vec{a} ب جـ مثلث مساحة ٢٤ سم^٢ فإن : $\|\vec{a} \times \vec{b}\| = \dots$

(١١) إذا كان المتجهان $\vec{a} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ ، $\vec{b} = 5\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ متوازيان فإن $\vec{c} = \dots$

(١٢) إذا كان المتجهان $\vec{a} = 5\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ ، $\vec{b} = 2\vec{e}_1$ فإن $\vec{a} \times \vec{b} = \dots$ ، $\vec{a} \odot \vec{b} = \dots$

$\vec{a} \times \vec{b} = \dots$ ، $\vec{a} \odot \vec{b} = \dots$

(١٣) إذا كان النقط $\vec{a} (1, 2)$ ، $\vec{b} (3, 5)$ ، $\vec{c} (-1, 4)$ فإن مساحة المثلث \vec{a} ب جـ =

(١٤) إذا كان $\vec{a} = 4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ ، $\vec{b} = 12\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$ ، هـ قياس الزاوية بين \vec{a} ، \vec{b}

فإن جتا هـ =

(١٥) إذا كان : $\|\vec{a}\| = 8$ نيوتن ، $\|\vec{b}\| = 5$ متر ، قياس الزاوية بينهما 120° فإن $\vec{a} \odot \vec{b} = \dots$

(١٦) إذا كان \vec{a} ، \vec{b} متجهان غير صفريان وكان $(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{c}$ فإن

(١٧) إذا كان \vec{a} ، \vec{b} متجهان وحدة فإن $\|(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})\| = \dots$

$$(18) \text{ إذا كان } \vec{v} = 8\vec{s} + \vec{e} , \text{ ك } \vec{e} = 3\vec{s} - 4\vec{v}$$

فإن المركبة الجبرية للقوة \vec{v} في اتجاه \vec{e} =

$$(19) \text{ إذا كان } \vec{p} , \vec{b} \text{ متجهي وحدة قياس الزاوية بينهما } \theta \text{ فإن } \vec{p} \cdot (\vec{b} \cdot \theta) = \|\vec{b} \times \vec{p}\| = \text{جا} \dots$$

$$(20) \text{ إذا كان } \vec{p} , \vec{b} \text{ متجهي وحدة قياس } \theta \text{ فإن } \vec{p} \cdot (\vec{b} \cdot \theta) = \|\vec{b} \times \vec{p}\|^2 = \dots$$

$$(21) \text{ قياس الزاوية بين المتجهين } \vec{s} \text{ و } \vec{e} + \vec{s} \text{ ، } \vec{e} - \vec{s} \text{ تساوى } \dots$$

$$(22) \text{ إذا كان } \vec{p} = 2\vec{s} - 3\vec{e} , \vec{b} = \vec{s} + \vec{e} , \vec{c} = \vec{s} - \vec{e} \text{ فإن}$$

$$(أ) \dots = (\vec{c} \times \vec{b}) \times \vec{p}$$

$$(ب) \dots = \vec{c} \odot (\vec{b} \times \vec{p})$$

$$(ج) \dots = \vec{c} \odot (\vec{b} + \vec{p})$$

$$(د) \dots = \vec{c} , \text{ مساحة سطح المثلث المرسوم على } \vec{b} , \vec{c}$$

$$(23) \text{ إذا كانت } \vec{v} = 3\vec{s} - 4\vec{e} , \vec{p} = (2, 1) , \vec{b} = (3, 4) \text{ فإن}$$

المركبة الأتجاهية للقوة \vec{v} في اتجاه \vec{p} =

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

$$(1) \text{ إذا كان } \|\vec{b} \times \vec{p}\| = \vec{b} \odot \vec{p} \text{ فإن قياس الزاوية بين } \vec{p} , \vec{b} \text{ يساوى } \dots$$

- (أ) 180° (ب) 90° (ج) 45° (د) 0°

$$(2) \text{ } \vec{p} \text{ ب ج مثلث قائم الزاوية في } \vec{b} , \vec{p} = 6\vec{s} , \vec{b} = 6\vec{s} + \vec{e} . \text{ فإن المسقط الجبري للمتجه } \vec{p} \text{ في}$$

- اتجاه المتجه \vec{p} ج = (أ) 3.6 (ب) 6.4 (ج) 3.6 (د) 6.4

$$(3) \text{ } \vec{p} \text{ ب ج مثلث قائم الزاوية في } \vec{b} , \vec{p} = 6\vec{s} + \vec{e} , \vec{b} = 6\vec{s} + \vec{e} , \text{ فإن المسقط الجبري}$$

للمتجه \vec{b} في اتجاه المتجه \vec{p} =

- (أ) 4 (ب) 3 (ج) 3 (د) 3

$$(4) \text{ فإذا كان } \vec{y} \text{ متجه وحدة عمودي عبي كل من المتجهين } \vec{p} , \vec{b} , \|\vec{p}\| = 6 , \|\vec{b}\| = 8$$

وكان $\vec{p} \odot \vec{b} = 24$ فإن $\vec{b} \times \vec{p}$ =

- (أ) 4, 5 (ب) 4 ± (ج) 3√4.5 (د) 3√4

منذك توجبها الرياضيات

(٢)

الموجه الأول / عادل إدوار

الإجابة

(1) حيث $\vec{p} (3, 2)$ ، $\vec{b} (1, -5)$

$$\vec{p} \odot \vec{b} = (1 \times 3 + 5 \times 2) = 13$$

$$\vec{p} \times \vec{b} = 12 \text{ ع} = 2(3 \times 5 - 1 \times 1) = 12 \text{ ع}$$

(2) لأي ثلاث متجهات \vec{p} ، \vec{b} ، \vec{c} يكون

$$(\vec{p} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{c} \times \vec{a}) \times (\vec{a} \times \vec{b}) = \text{صفر}$$

(3) المركبة الجبرية للمتجه \vec{q} في اتجاه المتجه \vec{p} = $\frac{\vec{p} \odot \vec{q}}{\|\vec{p}\|}$

(4) إذا كان $\vec{p} \parallel \vec{b}$ فإن $\vec{p} \times \vec{b} = \text{صفر}$

$$(5) \vec{p} \odot (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \odot \vec{c} = 2 \times 3 - 1 \times 4 = 2$$

$$= 6 - (8 \times 8 \times \sqrt{2} \times 8 \times 8) = 384$$

$$(6) \vec{p} = \vec{b} = \vec{c} = (2, 0) - (1, 4) = (1, -4) = \vec{a}$$

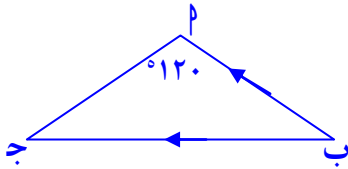
$$\therefore \text{المركبة الجبرية للقوة } \vec{q} \text{ في اتجاه المتجه } \vec{p} = \frac{\vec{p} \odot \vec{q}}{\|\vec{p}\|} = \frac{(1, -4) \odot (3, -4)}{\sqrt{16+9}} = \frac{16}{5}$$

$$= \frac{16}{5} = \frac{[(1 \times -4) + 3 \times 4]}{5}$$

$$(7) \vec{p} = (2, 3) = \vec{a}$$

$$\text{فإن } \vec{p} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = (1, -1) \times (1, 1) + (3, -2) = 1 - 1 + 3 - 2 = 1$$

$$= (1 \times 3 - 1 \times 2) = 1$$



$$(8) \vec{p} = \vec{b} = 6\sqrt{3} \text{ سم} ، \vec{q} = (1, 2) \odot \vec{c} = 30^\circ$$

$$\text{فإن } \vec{p} \odot \vec{b} = 6\sqrt{3} \times 6\sqrt{3} \times 6\sqrt{3} = 54\sqrt{3}$$

$$(9) \vec{p} = 3\vec{c} - \vec{b} ، \vec{q} = \vec{c} + 2\vec{b} \text{ متعامدين}$$

$$\therefore \vec{p} \odot \vec{q} = \text{صفر} \therefore (3\vec{c} - \vec{b}) \odot (\vec{c} + 2\vec{b}) = \text{صفر} \therefore 3\vec{c} \odot \vec{c} + 6\vec{c} \odot \vec{b} - \vec{b} \odot \vec{c} - 2\vec{b} \odot \vec{b} = \text{صفر}$$

$$(10) \vec{p} \times \vec{b} = 24 \text{ سم}^2 \therefore \vec{p} \times \vec{b} = 2 \times \Delta \text{ م}^2 = 48 \text{ سم}^2$$

$$\therefore \|\vec{p} \times \vec{b}\| = 48 \text{ وحدة مربعة}$$

منذك توجبها الرياضيات

(3)

الموجه الأول / عادل إدوار

$$(11) \quad \vec{p} = 2\vec{s} + \vec{v} , \quad \vec{b} = 5\vec{s} + \vec{v} \text{ متوازيان}$$

$$\therefore \vec{p} \times \vec{b} = (1, 2) \times (5, 5) = 0 \leftarrow 0 = 1 \times 5 - 2 \times 5 = 5 - 10 = -5 \therefore \vec{p} \perp \vec{b}$$

$$(12) \quad \vec{p} = (0, 5) , \quad \vec{b} = (2, 0) \text{ متجهان متعامدان}$$

$$\therefore \vec{p} \times \vec{p} = \text{صفر} \text{ لأنهما لهما نفس الاتجاه} , \quad \vec{b} \odot \vec{b} = (2, 0) \odot (2, 0) = 4 + 0 = 4$$

$$\vec{p} \times \vec{b} = (0, 5) \times (2, 0) = 0 - 10 = -10 = \vec{b} \odot \vec{p} = (2, 0) \odot (0, 5) = 10 - 0 = 10 \text{ لأنهما متعامدان}$$

$$(13) \quad \vec{p} = (1, 2) , \quad \vec{b} = (5, 3) , \quad \vec{c} = (4, 1)$$

$$\therefore \vec{p} \times \vec{b} \times \vec{c} = (\vec{p} - \vec{c}) \times (\vec{b} - \vec{c}) = 2 \text{ مساحة المثلث } \vec{p} \text{ ب } \vec{c}$$

$$15 = (16 + 1) = (1, 4) \times (4, 1) = (5, 3) \times (1, 2) = (5 - 4, 3 - 1) \times (1 - 5, 2 - 3) =$$

$$\therefore \text{مساحة المثلث } \vec{p} \text{ ب } \vec{c} = 7.5 \text{ وحدة مربعة}$$

$$(14) \quad \vec{p} = 4\vec{s} + 3\vec{v} \therefore \|\vec{p}\| = \sqrt{16 + 9} = 5 \text{ وحدة طول}$$

$$\vec{b} = 12\vec{s} + 5\vec{v} , \quad \|\vec{b}\| = \sqrt{144 + 25} = 13 \text{ وحدة طول}$$

$$\vec{p} \odot \vec{b} = \vec{b} \odot \vec{p} = (5, 12) \odot (3, 4) = 5 \times 12 - 13 \times 5 = 60 - 65 = -5$$

$$\therefore \text{جناها} = \frac{63}{65} \quad \text{جناها} = 15 + 48 = 65$$

$$(15) \quad \|\vec{p}\| = 8 \text{ نيوتن} , \quad \|\vec{b}\| = 5 \text{ متر} , \quad \text{قياس الزاوية بينهما } 120^\circ$$

$$\therefore \vec{p} \odot \vec{b} = \vec{b} \odot \vec{p} = 8 \times 5 \times \frac{1}{2} = 20$$

$$(16) \quad \text{إذا كان } \vec{p} , \vec{b} \text{ متجهان غير صفريان وكان } \vec{p} \times \vec{b} = \vec{0} \text{ فإن } \vec{p} \parallel \vec{b}$$

$$(17) \quad 2 \text{ جاها حيث ه قياس الزاوية بين المتجهين } \vec{p} , \vec{b} = \|\vec{p} + \vec{b}\| \times \|\vec{p} - \vec{b}\|$$

$$(18) \quad \vec{v} = 8\vec{s} + \vec{v} , \quad \vec{k} = 3\vec{s} - 4\vec{v}$$

$$\therefore \text{المركبة الجبرية للقوة } \vec{v} \text{ في اتجاه } \vec{k} = \vec{v} \odot \frac{\vec{k}}{\|\vec{k}\|} = (1, 8) \odot \frac{(4, -3)}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{4 - 24}{5} = -4$$

$$(19) \quad \vec{p}, \vec{b} \text{ متجهي وحدة} \therefore \|\vec{p}\| = 1, \|\vec{b}\| = 1$$

$$\therefore \vec{p} \odot \vec{b} = \|\vec{p}\| \|\vec{b}\| \cos \theta = 1 \times 1 \times \cos \theta = \cos \theta \quad (1)$$

$$\therefore \vec{p} \times \vec{b} = \|\vec{p}\| \|\vec{b}\| \sin \theta = 1 \times 1 \times \sin \theta = \sin \theta$$

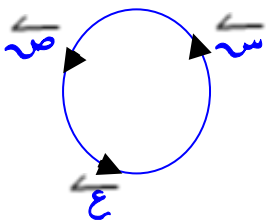
$$\therefore \|\vec{p} \times \vec{b}\| = \sin \theta \quad (2) \text{ من (1), (2)}$$

$$\therefore \|\vec{p} \times \vec{b}\|^2 = \sin^2 \theta \quad (3)$$

$$(20) \text{ كما في (19) } (\vec{p} \odot \vec{b})^2 + \|\vec{p} \times \vec{b}\|^2 = 1 = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$$

$$(21) \text{ بفرض } \vec{p} = 3\vec{s} + 4\vec{v} = (3, 4), \vec{b} = 8\vec{s} - 6\vec{v} = (8, -6) \text{ يحصران زاوية } \theta$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{\vec{p} \odot \vec{b}}{\|\vec{p}\| \|\vec{b}\|} = \frac{(3, 4) \odot (8, -6)}{\sqrt{25} \sqrt{100}} = \frac{24 - 24}{10 \times 5} = 0 \therefore \theta = 90^\circ$$



$$(22) \quad \vec{p} = (2, -3), \vec{b} = (1, 1), \vec{c} = (1, -1)$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = (1, 1) \times (1, -1) = (-1 - 1) = -2$$

$$\vec{b} \times \vec{p} = (1, 1) \times (2, -3) = (-3 - 2) = -5$$

$$\vec{b} + \vec{p} = (1, 1) + (2, -3) = (3, -2)$$

$$(p) \quad \vec{p} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{b} \times \vec{c}) \times \vec{p} = (-2) \times (2, -3) = (-4, 6) = 2\vec{v} - 3\vec{s}$$

$$(b) \quad (\vec{b} \times \vec{p}) \odot \vec{c} = (-5) \odot (1, -1) = (-5 - 5) = -10 = -2\vec{v} - 3\vec{s}$$

$$(c) \quad (\vec{b} + \vec{p}) \odot \vec{c} = (3, -2) \odot (1, -1) = (-3 - 2) = -5$$

$$(e) \quad \text{مساحة سطح المثلث المرسوم على } \vec{b}, \vec{c} = \frac{1}{2} \|\vec{b} \times \vec{c}\| = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ وحدة مربعة}$$

$$(23) \quad \vec{q} = (3, -4), \vec{p} = (2, -1), \vec{b} = (4, 3) \text{ فإن } \vec{p} - \vec{b} = (2, -1) - (4, 3) = (-2, -4) = -2(1, 2)$$

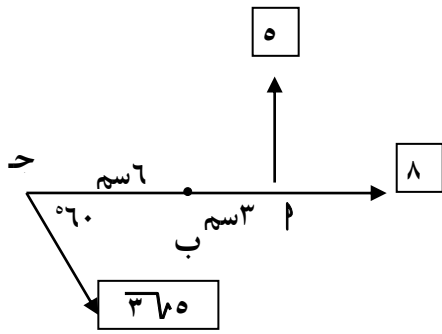
$$\text{المركبة الأتجاهية للقوة } \vec{q} \text{ في اتجاه } \vec{p} = \frac{\vec{q} \odot \vec{p}}{\|\vec{p}\|} = \frac{(3, -4) \odot (2, -1)}{\sqrt{5}}$$

$$\left[\frac{22}{5}, \frac{11}{5} \right] = \left[\frac{88}{20}, \frac{44}{20} \right] = (4, 2) \frac{(4, 2) \odot (3, -4)}{20} =$$

أسئلة موضوعية في موضوع العزوم - أستاذة ثانياً

أكمل ما يأتي :

(١) إذا كانت $\vec{Q} = 3\vec{S} - 4\vec{V}$ تؤثر في النقطة $P(2, -1)$ ، $\vec{Q} = 3\vec{S} + 4\vec{V}$ تؤثر في النقطة $B(5, 1)$ فإن (١) عزم \vec{Q} حول النقطة $P = \dots\dots\dots$



(ب) البعد بين النقطة B وخط عمل القوة \vec{Q}
 (٢) في الشكل المقابل : أثرت القوى $8, 5, 375$ نيوتن

في P ، J فإن $J = \dots\dots\dots$ نيوتن.

(٣) إذا انعدم عزم قوة \vec{Q} بالنسبة لنقطة P فإن $\dots\dots\dots$

(٤) إذا كانت لمجموعة من القوى المستوية المؤثرة على جسم متماسك

فإن المجموع الجبري لعزوم القوى حول نقطة يساوي $\dots\dots\dots$

(٥) قوة \vec{Q} عزمها بالنسبة للنقطة $(3, 4) = 10$ ع ، وعزمها بالنسبة للنقطة $(-1, 2) = -10$ ع

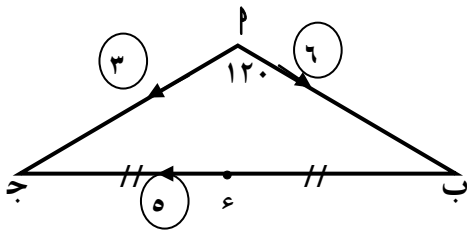
فإنها عزمها بالنسبة للنقطة $(\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$ صفر ع

(٦) إذا أثرت القوة $\vec{Q} = 4\vec{S} - 3\vec{V}$ في النقطة $P(2, 3)$ فإن متجه عزمها بالنسبة لنقطة الأصل $O = \dots\dots\dots$

(٧) مجموع عزوم عدة قوى مستوية حول أي نقطة في مستويها يساوي $\dots\dots\dots$

(٨) إذا أثرت القوة $\vec{Q} = 2\vec{S} + 3\vec{V}$ في النقطة $P(3, 4)$ فإن عزم \vec{Q} بالنسبة لنقطة

$B(3, -5) = \dots\dots\dots$



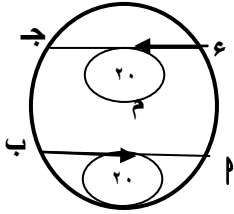
(٩) في الشكل المقابل : ΔPAB فيه $PA = PB = 10$ سم

، $\angle P = 120^\circ$ ، أثرت القوى $6, 3, 5$ نيوتن

في P, A, B ، \vec{P} ، \vec{A} ، \vec{B} فإذا كانت E منتصف AB فإن

(أ) $\vec{C} = \dots\dots\dots$ ن.سم ، (ب) $\vec{C} = \dots\dots\dots$ ن.سم

(١٠) إذا انعدم مجموع عزمي قوة \vec{Q} حول النقطتين P, B فإن خط عمل \vec{Q} $\dots\dots\dots$ P, B

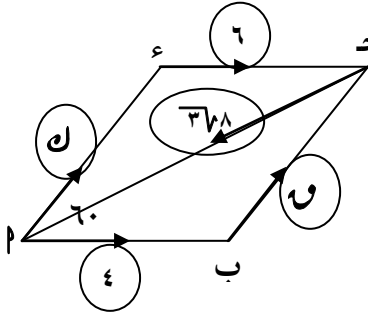


(11) في الشكل م مركز دائرة طول نصف قطرها = 10 سم قوتان معيار كل منهما

20 ث. كجم، ع ج = 12 سم، ب د = 16 سم فإن ح م =

(12) إذا كانت: $\vec{C} = 4\vec{e} - 2\vec{e}$ صه تؤثر في النقطة $P(-1, 2)$ وكانت ب $(2, 2)$

فإن (أ) $\vec{C}_B = 0$ (ب) $\|\vec{C}_B\| = 0$



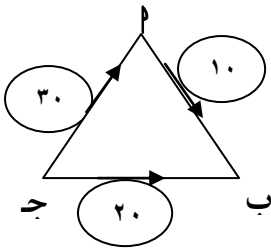
(13) ب ج د معين طول ضلعه ل سم، $\vec{C} = (1, 2)$ أثرت القوى ج

4، 6، 4، 6 نيوتن في ب، ب ج، ع ج، 4، 6 ج

(أ) إذا كان: $\vec{C}_P = 0$ فإن: $\vec{C} = 0$ نيوتن

(ب) إذا كان: $\vec{C}_B = 0$ فإن: $\vec{C} = 0$ نيوتن

(14) إذا كانت: P ، ب نقطتان في مستوى القوة \vec{C} وكان: $\vec{C}_P = \vec{C}_B$ فإن:



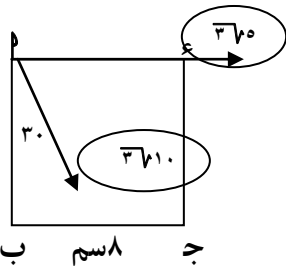
(15) ب ج مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه 6 سم تؤثر القوى في

الاتجاهات المبينة بالشكل فإن المجموع الجبري لعزوم القوى

بالنسبة لنقطة تلاقي متوسطاته يساوي نيوتن. سم

(16) إذا أثرت القوة $\vec{C} = 2\vec{e} - 5\vec{e}$ في النقطة $P(2, 5)$ وكان متجه عزمها بالنسبة لنقطة

ب $(7, -4)$ يساوي $20\vec{e}$ فإن $\vec{C}_L = 0$



(17) في الشكل المقابل ب ج د مربع طول ضلعه 8 سم

مجموع عزوم القوة حول النقطة ج =

(18) إذا انعدم متجه مجموعة من القوى وأنعدم عزم المجموعة بالنسبة لنقطة واحدة كانت

(19) إذا أثرت القوة \vec{C} في نقطة P فإن متجه عزم القمة \vec{C} بالنسبة لنقطة الأصل $O = 0$

(20) إذا أثرت مجموعة من القوى في مستوى المستطيل ب ج د وكان $\vec{C}_P = 0$ ، $\vec{C}_S = 0$ صفر

، $\vec{C}_V = 0$ فإن

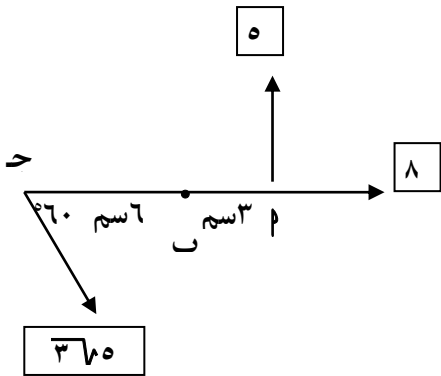
الإجابات

$$(1) \quad \overrightarrow{O} \text{ عزم } \overrightarrow{P} \text{ حول النقطة } P = (\overrightarrow{s_2} - \overrightarrow{s_3}) \times (\overrightarrow{v_4} - \overrightarrow{v_3}) = 11 \text{ ع}$$

$$(ب) \quad \overrightarrow{O} \text{ عزم } \overrightarrow{P} \text{ حول النقطة } B = (\overrightarrow{s_5} + \overrightarrow{v_3}) \times (\overrightarrow{v_4} + \overrightarrow{v_3}) = 17 \text{ ع}$$

البعد بين النقطة ب وخط عمل القوة \overrightarrow{P}

$$= \frac{\text{معيار متجه العزم } \overrightarrow{P}}{\text{معيار القوة } \overrightarrow{P}} = \frac{17}{5} = 3.4 \text{ وحدة طول}$$



$$(2) \quad \text{ج } 1 = 60 \times 3 \times \cos 60 + 8 \times 5 + 5 \times 5 = 60 \times 1.5 + 40 + 25 = 90 + 40 + 25 = 175 \text{ نيوتن. سم}$$

(3) \overrightarrow{P} تقع على خط عمل القوة \overrightarrow{O}

(4) عزم المحصلة حول نفس النقطة

$$(5) \quad \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C} \quad \therefore \text{النقطة منتصف } \overrightarrow{P} = (2, 3)$$

$$(6) \quad \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C} \quad \therefore \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C} \quad \therefore \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C} \quad \therefore \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C} \quad \therefore \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C}$$

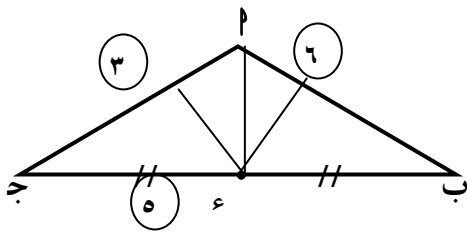
(7) عزم محصلة هذه القوى بالنسبة لنفس النقطة

$$(8) \quad \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C} \quad \therefore \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C} \quad \therefore \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C} \quad \therefore \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C}$$

$$(9) \quad \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C} \quad \therefore \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C} \quad \therefore \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C} \quad \therefore \overrightarrow{P} = \overrightarrow{B} = \overrightarrow{C}$$

$$\text{ج.} = 30 \times 3 + 30 \times 6 = 90 + 180 = 270 \text{ نيوتن. سم}$$

$$= 37.5 \times 3 = 112.5 \text{ نيوتن. سم}$$



(10) خط عمل \overrightarrow{P} ينصف \overrightarrow{P}

$$(11) \quad \text{م } 8 = \sqrt{100 - 36} = 8 \text{ سم} , \text{ م } 6 = \sqrt{100 - 64} = 6 \text{ سم}$$

$$\therefore \overrightarrow{P} = 8 \times 20 - 6 \times 20 = 160 - 120 = 40 \text{ كجم. سم}$$

مئذكى توجبه الرياضيات

(3)

الموجه الأول / عادل إدوار

$$(12) \quad \vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s} \quad \vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s}$$

$$\vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s} \quad \vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s}$$

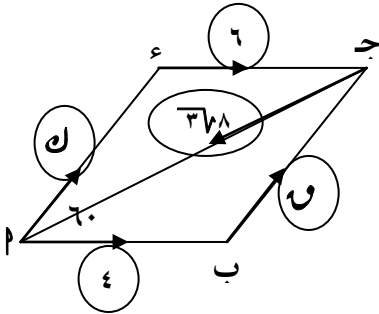
$$(ب) \quad \vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s}$$

$$(13) \quad \vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s}$$

$$\vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s}$$

$$\vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s}$$

$$(14) \quad \vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s}$$



(15) المثلث متساوي الأضلاع متوسط المثلث هو ارتفاع المثلث

طول الضلع = 6 سم ∴ طول المتوسط (الارتفاع) = 3√3

∴ م نقطة تلاقي المتوسطات تبعد عن خط عمل كل قوة هو 3√1

$$\vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s}$$

$$(16) \quad \vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s}$$

$$\vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s}$$

$$\vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s}$$

(18) مجموعة القوى متزنة

(17) 3√80 نيوتن. سم

(20) المجموعة متزنة

$$(19) \quad \vec{r} = \vec{p} = \vec{q} = \vec{s}$$

أسئلة موضوعية ف منهج الاستاتيكا- ٣ ثانوى

① إذا كونت القوتان $\vec{Q}_1 = 1$ سم + $\vec{Q}_2 = 3$ سم ، $\vec{Q}_3 = 5$ سم + $\vec{Q}_4 = 2$ سم ازدوجا فإن $1 + 2 = \dots\dots\dots$

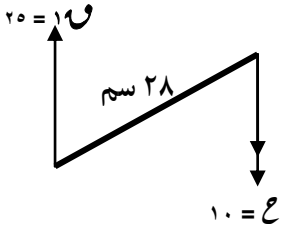
② الشرط اللازم والكافى لاتزان مجموعة من القوى هو

③ إذا كان $\vec{P} = 3$ سم + $\vec{Q} = 4$ سم ، $\vec{R} = 5$ سم - $\vec{S} = 12$ سم ، θ قياس الزاوية بين \vec{P} ، \vec{R} فإن $\cos \theta = \dots$

④ إذا اتزن جسم تحت تأثير ازدواج وقوتين فإن

⑤ إذا كان \vec{P} ، \vec{Q} متجهين غير صفرين فإن $\vec{P} // \vec{Q}$ عندما ، $\vec{P} \perp \vec{Q}$ عندما

⑥ عندما يوضع قضيب داخل إناء كروى أملس فإنه يتزن عندما خط عمل الوزن



⑦ فى الشكل يوضح معيارى قوتين متوازيتين \vec{Q}_1 ، \vec{Q}_2 ومحصلتها \vec{R} فإن $10 = \dots\dots\dots$

⑧ إذا انعدم عزم قوة \vec{Q} بالنسبة لنقطة P فإن

⑨ قياس الزاوية بين المتجهين $\vec{S}_2 - \vec{S}_3$ ، $\vec{S}_6 + \vec{S}_4$ تساوى

⑩ يتكافئ ازدواجين \vec{G}_1 ، \vec{G}_2 إذا كان

⑪ P ب ج د s شبه منحرف قائم الزاوية P القوى المبينة مقاديرها

واتجاهاتها تمثيلاً تاناً بأضلاع شبه المنحرف فإن كانت

المجموعة تكافئ ازدواج فإن $10 = \dots\dots\dots$ ، $20 = \dots\dots\dots$

$20 = \dots\dots\dots$ ، عزم الازدواج =

⑫ إذا كان خط عمل القوة \vec{Q} ينصف \vec{AB} فإن $\vec{G} = P$

⑬ إذا كان: \vec{G}_1 ، \vec{G}_2 متجهى عزمى ازدواجين مستويين فإن الازدواجين يكونان متوازيين

إذا كان

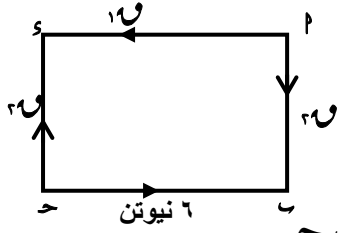
⑭ إذا كان القوتان \vec{Q}_1 ، \vec{Q}_2 متوازيتان وفى إتجاهين متضادين وكان $14 = 10$ نيوتن ،

$10 = 20$ نيوتن فإن مقدار محصلتهما = نيوتن

⑮ إذا كان $\vec{Q}_1 // \vec{Q}_2$ وكان $10 = 3$ نيوتن ، $7 = 20$ نيوتن فإن $20 = \dots\dots\dots$

١٦ إذا كانت P ، B ، J ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة بحيث كان هناك مجموعة من القوى في مستويها وكان $\vec{C}_1 = \vec{C}_2 = \vec{C}_3 = \vec{C}_4 = \vec{C}_5 = \vec{C}_6$ فإن المجموعة تكون

١٧ الشروط الكافية واللازمة لاتزان مجموعة من القوى المستوية هي



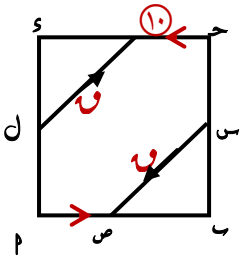
١٨ P ب ج s مستطيل $P = 12$ سم ، $B = 8$ سم . أثرت لقوى فكونت ازدواجين متوازنين فإن $10 - 20 = \dots$ نيوتن

١٩ إذا كان \vec{C}_1 ، \vec{C}_2 متوازيتان وفي نفس الاتجاه حيث $10 = 50$ ث جم

، $20 = 60$ ث جم والبعدهما 44 سم فإن بعد C عن $10 = \dots$ سم

٢٠ \vec{C}_1 ، \vec{C}_2 قوتان متوازيتان محصلتهما C فإذا كان $10 = 8$ بيوتن ، $11 = 11$ نيوتن

فإن $20 = \dots$



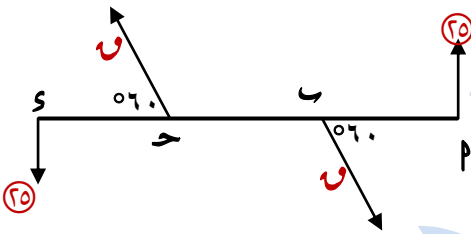
٢١ s ، v ، e ، l منتصفات أضلاع المربع P ب ج s أثرت القوى المبين

مقديرها واتجاهاتها فأتزنت المجموعة فإن $10 = \dots$ ثقل جرام

٢٢ إذا كان \vec{C}_1 ، \vec{C}_2 ، \vec{C}_3 هما قوتى ازدواج وكان $10 = (6, 9)$ فإن $10 = \dots$

٢٣ \vec{C}_1 ، \vec{C}_2 قوتان متوازيتان محصلتهما C فإذا كان $10 = 8$ بيوتن ، $11 = 11$ نيوتن فإن

$20 = \dots$



٢٤ في الشكل $P = 6$ سم ، $B = 6$ سم ، $J = 6$ سم ، $S = 6$ سم

المجموعة تكافئ ازدواج فإن $10 = \dots$ نيوتن

٢٥ إذا كانت $A = (1, 1)$ ، $B = (5, 2)$ ، $C = (3, 6)$ فإن مساحة سطح المثلث

A ب ج تساوى 0.000000 وحدة مربعة

٢٦ إذا أثرت مجموعة من القوى في مستوى المستطيل A ب ج د وكان ج $A = 0$ ،

$s = 0$ ، $v = 0$ ، $e = 0$ ، $l = 0$ فإن 0.0000

٢٧ يتزن ازدواجين \vec{C}_1 ، \vec{C}_2 إذا كان

٢٨ إذا أثرت ثلاث قوى مستوية في جسم متماسك ومثلها تمثيلاً تاماً أضلاع مثلث مأخوذة في

اتجاه دورى واحد فإن هذه القوى تكافئ